**Sobre os modelos para fase e magnitudes intermediários em casos de sincrofasores com múltiplos saltos**

Paulo Esquef, novembro 2018

**FASE Intermediária do sincrofasor**

A norma IEEE ([1], página 5, eq. (5)) diz o seguinte (com notação mais rigorosa, minha):

para a forma de onda , sendo a magnitude instantânea, a frequência instantânea, a fase instantânea e a fase inicial em , síncrono com o segundo UTC, o sincrofasor é definido por :

, onde é a frequência nominal do sistema. Chamando , tem-se (5)

, sendo a variação da frequência instantânea em relação à frequência nominal.

Para o modelo (2, artigo) onde e , sendo o degrau unitário, a frequência instantânea é

, sendo o delta de Dirac. Portanto, e o sincrofasor relativo à frequência nominal é dado por

.

**Caso 1:**

No caso de o sincrofasor vale .

No caso de a análise (medição) ser feita em uma janela definida para , contendo o salto, i.e., , a fase do sincrofasor é , que vale para toda a janela (que vale para toda a duração curta da janela, segundo a norma – ver citação abaixo) e também será a fase do sincrofasor na próxima janela justaposta () de análise, associada ao instante , se não houver mais saltos.

No caso da janela com salto (), nossa proposta foi definir um sincrofasor com fase intermediária , ou seja, uma ponderação das fases antes de depois do salto em . A ideia subjacente é que o patamar de fase que dure mais tenha maior peso na média. seria a fase do sincrofasor para , portanto, a fase para o instante de relato em .

A formulação intermediária para janelas de observação que contêm salto em fase parece mais natural (ao considerar uma média ponderada das fases nas extremidades da janela) do que a definição (5) que só toma a fase do sincrofasor **após** o salto. Nossa formulação parece em linha com o quê diz a norma, a saber:

“… the time tag was defined as the time of the theoretical phasor that the estimated phasor represents. This acknowledges that the synchrophasor is actually an estimate of the sinusoid parameters over the window of observation rather than a response to the input. The estimate covers a short period of time, so will represent some kind of “average” of the parameters that may be changing during that window. In most cases the phasor estimate will be best represented by a time at the center of the estimation window.”

**Caso 2:**

Defina-se **constante** dentro da janela de observação , com o salto ocorrendo em . Pela definição da norma,

ou

A fase do sincrofasor tem 2 componentes: uma linear () e outra com 2 patamares: um em , com duração , e outro em , com duração .

Seguindo o raciocínio anterior por trás da fase intermediária do sincrofasor, pode-se formular que, para :

**Caso 3 (mais geral)**: **sinal com frequência instantânea e saltos de altura finita real , em instantes , tal que: , se ; ; e , por conveniência**.

Pelo anteriormente exposto, com :

. No mais, pelo raciocínio anterior, podemos dividir a fase em 2 componentes: uma função genérica e uma composta de patamares de altura , com e durações , com e .

Seguindo a ideia anterior, a fase intermediária do sincrofasor seria:

Após algumas manipulações algébricas envolvendo cancelamentos telescópicos:

Na prática, pode ser aproximada por integração numérica. No mais para a componente de patamares, o raciocínio anterior vale: dar mais peso aos patamares de fase do sincrofasor que duram mais tempo.

O método de Selesnick [2] pode ser útil aqui para separar da componente de patamares, caso o estimador LM não dê conta do recado.

**Testando a formulação geral para os casos particulares anteriores:**

Para o **Caso 1**: , , a expressão acima se reduz à fase intermediária obtida no caso 1:

Para o **Caso 2**: , e , a expressão acima se reduz à fase intermediária obtida no caso 2:

e, pelo resultado anterior

**Magnitude Intermediária do Sincrofasor**

Considere o sinal , tal que sua magnitude instantânea é dada por

onde é uma função polinomial suave e contínua, e é uma função tipo degrau, composta por saltos de altura real finita que ocorrem nos instantes , , tal que tal que: , se ; ; e, por conveniência, , , , ou seja:

Seguindo os passos do desenvolvimento para a fase intermediária, podemos escrever que a magnitude intermediária do sincrofasor, medida sobre o intervalo é:

[1] “IEEE standard for synchrophasor measurements for power systems,” IEEE Std C37.118.1-2011 (Revision of IEEE Std C37.118-005), pp.1–61, Dec 2011.

[2] I. Selesnick et al. “Polynomial Smoothing of Time Series With Additive Step Discontinuities”, in IEEE Transactions on Signal Processing, 60(12):6305-6318 · December 2012.